Разбор задачи «Красная шапочка»

Автор задачи и разбора: Г.Корнеев

После формализации условия задача сводится к поиску самого быстрого пути во взвешенном графе, ребра которого могут на вермя исчезать (когда по ним пробегает Волк).
Заметим, что ребра пропадают и появляются вновь только в целые времена. Пусть существует маршрут по которому Красная Шапочка может прибежать к домику Бабушки за время $T_{кш}$. Легко показать (оставляем это вам в качестве упражнения), что тогда она сможет добежать по этому маршруту и за любое время из интервала ($[T_{кш}]$, $[T_{кш}] + 1$), где $[T_{кш}]$ — обозначает целую часть числа $T_{кш}$. Поэтому мы можем считать, что Красная Шапочка выходит из дома не в нулевой момент времени, а сначала сидит в домике время $0 < \varepsilon < 1$. После чего бежит к дому Бабушки, заходя и уходя с тропинки только в моменты времени $T_i + \varepsilon$, где T_i — целое. В этом случае она никогда не появится одновременно с Волком на полянке (когда Волк “занимает” сразу несколько тропинок). Это соображение позволяет легко формализовать процесс появления и исчезновения ребер в графе, доступных Красной Шапочке для перемещения.

“Занятость” тропинок можно отслеживать, храня для каждой тропинки промежутки времени, когда по ней не бежит Волк. При поиске кратчайшего пути в таком динамически меняющемся графе будем учитывать, что если интервал между пробеганиями Волка меньше времени, необходимого Красной Шапочке, чтобы пройти тропинку, то в этот интервал она тропинкой воспользоваться не сможет, но, возможно, имеет смысл проанализировать следующие временные интервалы, в которые данная тропинка “свободна”.
Заметим, что если Красная Шапочка может оказаться на некоторой полянке в момент времени $T_1 + \varepsilon$ то она может спрятаться, а затем уйти с нее в любой момент $T_2 + \varepsilon$, при $T_1 \le T_2$. То есть, если выяснилось, что Красная Шапочка может успешно достичь i-й полянки за время T_i, то ухудшиться это время уже не может, вне зависимости от дальнейшего поведения волка. Таким образом, несмотря на то что в нашем графе ребра на некоторое время исчезают, для поиска самого быстрого пути можно воспользоваться алгоритмом Дейкстры поиска кратчайшего пути во взвешенном графе (см., например, “Информатику” № 8/2002). При этом, осуществляя релаксацию (пересчет кратчайшего пути между первой и i-й полянкой) нужно учитывать, что Красная Шапочка может пройти по тропинке, уменьшающей время достижения i-й полянки, только если она не будет “занята” Волком.

Таким образом, решение задачи сводится к реализации алгоритма Дейкстры, и определению на каждом шаге “занятости тропинки”. Причем отслеживание “занятости” тропинок требуется реализовывать очень аккуратно по времени, так как путь Волка может включать до 100 000 тропинок, порождая большое число временных интервалов “занятости” каждой тропинки.

Ответ на вопрос задачи зависит от минимального времени, за которое Красная Шапочка может благополучно достигнуть домика Бабушки. Если это время окажется меньше, чем известное нам время прихода в это же место Волка, то мы получаем утвердительный ответ на вопрос задачи. Порядок прохождения тропинок Красной Шапочкой будет не сложно восстановить, если во время реализации алгоритма Дейкстры для каждой полянки запоминать тропинку, по которой Красная Шапочка непосредственно придет на данную полянку, двигаясь оптимальным способом от полянки номер один (напомним, что две полянки могут быть соединены и несколькими тропинками, а “спасительной” может оказаться лишь одна из них).